

Niedersächsisches
Kultusministerium

Erarbeitet von der Kommission des Kerncurriculums für das Fach
Mathematik im Sekundarbereich II (2018)

Ergänzende Materialien zum Kerncurriculum für
das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe
die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe
das Berufliche Gymnasium
das Abendgymnasium
das Kolleg

Mathematik

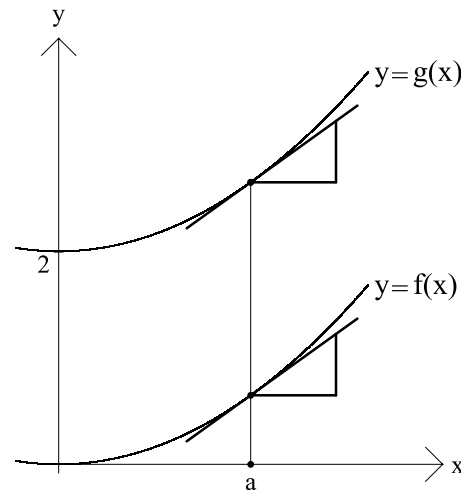


Niedersachsen

Anschauliche Begründung von Summen- und Faktorregel**Konstanter Summand:**

Den Graphen von g mit $g(x) = 2 + f(x)$ erhält man aus dem Graphen von f , indem man den Graphen von f in y -Richtung um 2 verschiebt.

Wenn man für einen festen x -Wert a gleich breite Steigungsdreiecke zu f und g miteinander vergleicht, so hat das Steigungsdreieck zu g die gleiche Höhe wie das Steigungsdreieck zu f . Daher sind die Tangentensteigungen von g alle genauso groß wie die entsprechenden Tangentensteigungen von f . Aus $g(x) = 2 + f(x)$ folgt $g'(a) = f'(a)$ für alle a .



Rechnerischer Nachweis:

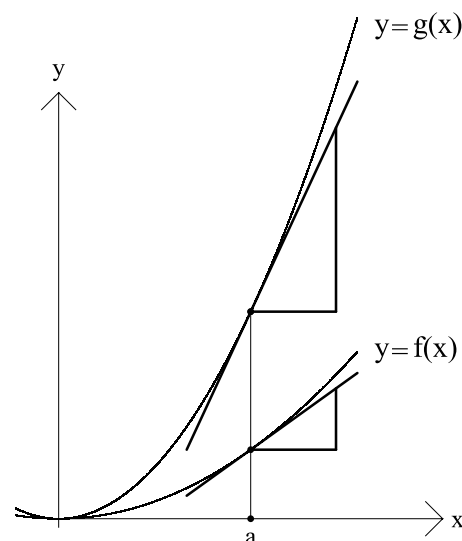
$$\frac{g(a+h) - g(a)}{h} = \frac{(f(a+h) + 2) - (f(a) + 2)}{h} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} f'(a).$$

Konstanter Faktor:

Den Graphen von g mit $g(x) = 3 \cdot f(x)$ erhält man aus dem Graphen von f , indem man den Graphen von f in y -Richtung mit dem Faktor 3 streckt.

Wenn man für einen festen x -Wert a gleich breite Steigungsdreiecke zu f und g miteinander vergleicht, so ist das Steigungsdreieck zu g dreimal so hoch wie das Steigungsdreieck zu f . Daher sind die Tangentensteigungen von g alle dreimal so groß wie die entsprechenden Tangentensteigungen von f .

Aus $g(x) = 3 \cdot f(x)$ folgt $g'(a) = 3 \cdot f'(a)$ für alle a .



Rechnerischer Nachweis:

$$\frac{g(a+h) - g(a)}{h} = \frac{3 \cdot f(a+h) - 3 \cdot f(a)}{h} = 3 \cdot \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} 3 \cdot f'(a).$$

Summe zweier Funktionen:

Den Graphen von g mit $g(x) = u(x) + v(x)$ erhält man durch „Addition“ der Graphen von u und v .

Wenn man für einen festen x -Wert a gleich breite Steigungsdreiecke zu u , v und g miteinander vergleicht, so ist die Höhe des Steigungsdreiecks zu g die Summe der entsprechenden Höhen zu u und v .

Daher sind die Tangentensteigungen von g alle so groß wie die Summen der entsprechenden Tangentensteigungen von u und v .

Aus $g(x) = u(x) + v(x)$ folgt
 $g'(a) = u'(a) + v'(a)$ für alle a .

Rechnerischer Nachweis:

$$\begin{aligned} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} &= \frac{[u(a+h) + v(a+h)] - [u(a) + v(a)]}{h} \\ &= \frac{u(a+h) - u(a)}{h} + \frac{v(a+h) - v(a)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} u'(a) + v'(a) \end{aligned}$$

