Lösungen zum Arbeitsblatt „energie"

Aufgabe 1: Beschreibe die Bewegung im oberen Bild mithilfe von Energieumwandlungen.
Bestimme die Geschwindigkeit ***v*** des Skaters im tiefsten Punkt der Bahn und auf halber Höhe (ohne Reibung, *m* = 60 kg)
Welche Skalierung besitzt demnach der abgebildete Tacho?
Bei dieser Bewegung wandelt sich zunächst potenzielle Energie in kinetische Energie um, im tiefsten Punkt der Bahn ist die gesamte Energie kinetische Energie, anschließend nimmt die kinetische Energie bis zum höchsten Punkt der Bahn ab, dort ist die gesamte Energie potenzielle Energie, wenn man von Reibung absieht. Die Energiekonten in der Simulation stellen die Aufteilung der Gesamtenergie auf die Energieformen anschaulich dar.

Oben wurde die potenzielle Energie bereits ausgerechnet. Diese Energie ist gleichzeitig die Gesamtenergie des Systems, denn eine andere Energieform gibt es nicht.

$\boldsymbol{E_{pot} = 60\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 6\ \mathrm{m} = 3600\ \mathrm{J(oule)}.}$ Diese Energie wandelt sich nun in kinetische Energie um. Im tiefsten Punkt der Bahn ist nur noch kinetische Energie vorhanden. Also: $\boldsymbol{E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 3600\ \mathrm{J}}$, umgeformt nach v: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3600\ \mathrm{J}}{60\ \mathrm{kg}}} \approx 10{,}95\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Auf halber Höhe ist $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1800\ \mathrm{J}}{60\ \mathrm{kg}}} \approx 7{,}75\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ein Teilstrich auf der Tachoskala entspricht 1,0 m/s.

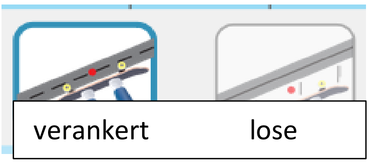
Aufgabe 2: Unten siehst du einen Looping (ohne Reibung, *m* = 60 kg).
Beschreibe die Bewegung mit Energieumwandlungen.
Bestimme die Geschwindigkeit *v* im oberen Punkt des Loopings.
Zunächst geht es wie bei Aufgabe 1 los, allerdings ist die Starthöhe ca. 7,0 m. Bis zum tiefsten Punkt der Bahn wird die potentielle Energie vom Anfang der Bewegung $\boldsymbol{E_{pot} = 60\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 7\ \mathrm{m} = 4200\ \mathrm{J}}$ vollständig in kinetische Energie umgewandelt. Anschließend geht es wieder bergauf. Im oberen Punkt der Loopingbahn erreicht der Skater eine Höhe von ca. 5,0 m (abgeschätzt Mitte des Skaters). In diesem Punkt teilt sich die Gesamtenergie von 4200 J in potenzielle und kinetische Energie auf. Die potenzielle Energie lässt sich leicht ausrechnen:

$\boldsymbol{E_{pot} = 60\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 5\ \mathrm{m} = 3000\ \mathrm{J}.}$ Also ist $\boldsymbol{E_{kin} = 4200\ \mathrm{J} - 3000\ \mathrm{J} = 1200\ \mathrm{J},}$ denn ohne Reibung bleibt die Summe $E_{pot} + E_{kin}$ = Gesamtenergie immer gleichgroß. Mit

$\boldsymbol{E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot 60\ \mathrm{kg} \cdot v^2 = 1200\ \mathrm{J}}$, umgeformt nach v: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1200\ \mathrm{J}}{60\ \mathrm{kg}}} \approx 6{,}32\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Aufgabe 3: Mit dem Ergebnis von Aufgabe 2 kannst du ausrechnen, wie groß die Zentripetalkraft F_z im oberen Punkt des Loopings sein muss. Vergleiche den Wert mit der Gewichtskraft F_G des Skaters und überprüfe, ob der Skater auf der Bahn bleibt, wenn er nicht an der Fahrbahn verankert ist.

Probiere es aus!



Der Schwerpunkt (Mitte) des Skaters bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Durchmesser $d \approx 4{,}0\ \mathrm{m}$, der Radius ist demnach $r \approx 2{,}0\ \mathrm{m}$. Mit $F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$ ergibt sich nach Einsetzen von *m*, *v* und *r*: F_Z = 1198,3 N. Die Gewichtskraft des Skaters ist $F_G = m \cdot g = 60\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 600\ \mathrm{N}$.
Danach bleibt der Skater in der Bahn, denn die Differenz zwischen F_Z und F_G kann von der Fahrbahn aufgebracht werden, die eine zusätzliche Kraft *F* = 598,3 N Richtung Kreismittelpunkt auf den Skater ausübt.

Aufgabe 4: Erstelle nun eigene Bahnen und bestätige daran den Energieerhaltungssatz der Mechanik. Der Tacho ist dabei hilfreich.